

Identification du terme de production de chaleur dans des élastomères sollicités en cisaillement

Marc Jaeger^{a,*}, Georges Berardi^b, Ahmed Kaiss^a

^a Institut universitaire des systèmes thermiques industriels, CNRS UMR 6595, Technopôle de Château-Gombert, 5, rue Enrico-Fermi, 13453 Marseille cedex 13, France

^b Département Génie thermique industriel, Groupe École supérieure d'ingénieurs de Marseille, Technopôle de Château-Gombert, 13451 Marseille cedex 20, France

(Reçu le 6 mars 1998, accepté le 1^{er} juillet 1998)

Abridged English version at the end of the text

Abstract—Heat production term determination for elastomer media submitted to a shear force. We present a method for the determination of the magnitude of mechanical heat production in dissipative media. It combines temperature measurement, an inverse method and a finite element model. The dissipation behavior of elastomer media has been investigated with this method. The study shows that a different evolution of the heat source term prevails during the first stage of the shear tests. The width of the temperature interval which corresponds to this stage depends on the excitation conditions. We also show that the source term profile in function of the temperature is well represented by an Arrhenius law type. © Elsevier, Paris.

elastomers / viscoelastic / large deformations / dissipation / thermal / inverse method / finite elements

Résumé — Nous présentons une méthode d'identification du terme de production de chaleur par action mécanique pour des matériaux dissipatifs. Cette méthode est basée sur des mesures de température, une méthode inverse et un modèle numérique par éléments finis. Elle a été utilisée pour l'étude du comportement dissipatif d'élastomères. Nous avons ainsi pu mettre en évidence que ces matériaux se comportent différemment en début d'essai, sur une plage de température dont la longueur dépend des conditions de sollicitation. Enfin, le profil d'évolution du terme source en fonction de la température est bien représenté par une loi de type Arrhenius. © Elsevier, Paris.

élastomères / viscoélastique / grandes déformations / dissipation / thermique / méthode inverse / éléments finis

Nomenclature

a	paramètre de la loi d'Arrhenius décrivant Q_s			
A_d	amplitude de sollicitation	m		
C^0, C^t	configurations de référence et actuelle			
C_p	chaleur spécifique à pression constante	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$		
$\bar{\bar{C}}_v$	tenseur des dilatations viscoélastiques			
$\dot{\bar{\bar{C}}}_v$	dérivée temporelle du tenseur des dilatations viscoélastiques			
$\det(\bar{\bar{F}})$	déterminant du tenseur gradient de déformation			
			dS^0, dS	éléments de surface dans C^0 et C^t
			e	épaisseur d'une couche d'élastomère
			f	fréquence d'excitation
			$\bar{\bar{F}}$	tenseur gradient de déformation
			$\bar{\bar{F}}_e$	pseudo-gradient de déformation élastique
			$\bar{\bar{F}}_v$	pseudo-gradient de déformation viscoélastique
			h	coefficient d'échange
			$\bar{\bar{K}}$	tenseur des conductivités
			N^0, N	normales extérieures à dS^0 et dS
			Q	vecteur courant de chaleur de Piola-Kirchoff
			Q_s	densité volumique de production interne de chaleur par action mécanique
				m^2
				m
				Hz
				$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
				$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
				$W \cdot m^{-2}$
				$W \cdot m^{-3}$

* Correspondance et tirés-à-part.
 marc@iusti.univ-mrs.fr

Q_0	valeur initiale de Q_s	$W \cdot m^{-3}$
r	densité volumique d'apport d'énergie par le milieu extérieur	$W \cdot m^{-3}$
\bar{S}	second tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff	$N \cdot m^{-2}$
t	temps	s
T	température	$^{\circ}C$
T_a	température ambiante ou initiale du matériau	$^{\circ}C$
\mathbf{X}^0, \mathbf{X}	vecteurs position dans C^0 et C^t ..	m
dV^0, dV	éléments de volume dans C^0 et C^t	m^3

Symboles grecs

α	paramètre de la loi d'Arrhenius décrivant Q_s	
φ	pseudo potentiel de dissipation	$W \cdot m^{-3}$
ρ	densité volumique de masse	$kg \cdot m^{-3}$
ω	pulsation	s^{-1}
ψ	énergie libre	$J \cdot m^{-3}$

1. INTRODUCTION

Les élastomères présentent simultanément, et dans des proportions plus ou moins importantes, un comportement hyperélastique, qui permet de grandes déformations et un comportement visqueux, qui induit des phénomènes d'amortissement. Ces propriétés ont permis la conception de structures composites élastomère-métal en remplacement de l'ensemble mécanique ressort-amortisseur. Ces structures composites sont donc souvent soumises à de fortes sollicitations mécaniques et thermiques. Cependant, les propriétés mécaniques des élastomères sont fortement dépendantes de la température. Ainsi, lorsque ces matériaux sont refroidis à des basses températures, ces propriétés sont perturbées par l'approche de la transition vitreuse, qui entraîne une forte rigidification du matériau. Par ailleurs, lorsque la structure est sollicitée, il se produit dans l'élastomère une dissipation d'énergie, due au frottement visqueux des chaînes moléculaires. L'échauffement qui en résulte modifie le comportement mécanique de l'élastomère, ce qui engendre une nouvelle modification de la dissipation, etc. La connaissance du comportement thermo-mécanique de ces élastomères s'avère donc nécessaire, si l'on souhaite déterminer l'évolution des contraintes ou des températures au cours du temps.

Alors que de nombreux travaux ont déjà été effectués dans le domaine de l'hyperélasticité [1-3], beaucoup moins ont été réalisés dans le cas de la viscoélasticité en grandes déformations. Certains auteurs [4, 5] ont proposé des lois de comportement dans le domaine des déformations finies, qui décrivent les contraintes en fonction du tenseur des déformations à l'instant t , et d'un tenseur «histoire des déformations». D'autres auteurs utilisent une formulation différentielle, qui

consiste à généraliser des modèles rhéologiques simples au domaine des grandes déformations [6-8]. Aucun de ces modèles ne prend en compte l'influence des phénomènes thermiques sur le comportement mécanique de l'élastomère. La raison essentielle est qu'il est difficile d'identifier expérimentalement les paramètres d'un modèle rhéologique en fonction de la température. Il est donc nécessaire de développer des outils expérimentaux et numériques qui permettent de mieux comprendre le comportement thermo-viscoélastique des élastomères en grandes déformations. Le but de nos travaux de recherche s'inscrit dans ce cadre.

L'article est organisé comme suit. Nous rappelons d'abord les équations régissant les transferts thermiques. Dans l'équation de la chaleur, écrite dans un formalisme Lagrangien, il apparaît un terme de production interne de chaleur Q_s dont nous donnons l'expression théorique. Au § 3, nous présentons le principe de la méthode que nous avons utilisée pour identifier expérimentalement ce terme. Cette méthode est basée sur un montage expérimental, une méthode inverse et un modèle numérique. Le § 4 est consacré aux résultats que nous avons obtenus, suivis d'une discussion. Enfin, nous concluons en donnant quelques perspectives de recherche.

2. ÉQUATIONS GOUVERNANTES

En grandes déformations, il est nécessaire de distinguer la configuration initiale (ou de référence C^0) et la configuration déformée (ou actuelle C^t). Dans ce qui suit, nous écrivons les équations du problème dans la configuration de référence C^0 (formulation Lagrangienne). Pour cela, on utilise le tenseur gradient de déformation $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t)$, qui fournit les relations de transformation des éléments de longueur, de surface et de volume entre les deux configurations [9] :

$$d\mathbf{X} = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t)^0 d\mathbf{X}^0 \quad (1)$$

$$\mathbf{N}(\mathbf{X}, t) dS = \det(\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t)) \bar{\mathbf{F}}^{-T}(\mathbf{X}^0, t)^0 \mathbf{N}^0(\mathbf{X}^0, t) dS^0 \quad (2)$$

$$dV = \det(\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t)) dV^0 \quad (3)$$

De plus, la propriété d'incompressibilité des élastomères se traduit par :

$$\frac{dV}{dV^0} = \frac{\rho(\mathbf{X}^0, t)}{\rho(\mathbf{X}, t)} = \det(\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t)) = 1 \quad (4)$$

Plus généralement, concernant la modélisation du comportement viscoélastique en grandes déformations de ce type de matériaux, nous nous basons sur une démarche adoptée par de nombreux auteurs [6, 8]. Elle consiste à supposer l'existence d'un état intermédiaire

permettant une décomposition multiplicative des déformations. Nous définissons ainsi un pseudo-gradient de déformation élastique $\overline{\mathbf{F}}_e(\mathbf{X}^0, t)$ et un pseudo-gradient de déformation viscoélastique $\overline{\mathbf{F}}_v(\mathbf{X}^0, t)$ tels que :

$$\overline{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t) = \overline{\mathbf{F}}_e(\mathbf{X}^0, t) \cdot \overline{\mathbf{F}}_v(\mathbf{X}^0, t) \quad (5)$$

Un choix cohérent de variables indépendantes pour la description thermodynamique de ce problème est alors la température $T(\mathbf{X}^0, t)$ et les tenseurs des dilatations totales $\overline{\mathbf{C}}(\mathbf{X}^0, t)$ et visqueuses $\overline{\mathbf{C}}_v(\mathbf{X}^0, t)$, définis par :

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{X}^0, t) &= \overline{\mathbf{F}}^{-T}(\mathbf{X}^0, t) \cdot \overline{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t) \\ \text{et} \quad \overline{\mathbf{C}}_v(\mathbf{X}^0, t) &= \overline{\mathbf{F}}_v^{-T}(\mathbf{X}^0, t) \cdot \overline{\mathbf{F}}_v(\mathbf{X}^0, t) \end{aligned} \quad (6)$$

L'énergie libre ψ est alors exprimée en fonction de ces variables ($\psi = \psi(T, \overline{\mathbf{C}}, \overline{\mathbf{C}}_v)$). Enfin, on peut introduire un pseudo-potentiel de dissipation φ permettant d'exprimer la dissipation intrinsèque en fonction de $\overline{\mathbf{C}}_v(\mathbf{X}^0, t) = d\overline{\mathbf{C}}_v/dt$.

Avec l'ensemble de ces choix, l'équation, régissant les transferts thermiques au sein du matériau considéré, s'écrit [10] :

$$\rho C_p \frac{dT(\mathbf{X}^0, t)}{dt} = -\text{div}(\mathbf{Q}(\mathbf{X}^0, t)) + Q_s(\mathbf{X}^0, t) + r(\mathbf{X}^0, t) \quad (7)$$

où $r(\mathbf{X}^0, t)$ représente le taux volumique de production d'énergie fournit par l'extérieur, $Q_s(\mathbf{X}^0, t)$ la densité volumique de production interne de chaleur par action mécanique et $\mathbf{Q}(\mathbf{X}^0, t)$ le vecteur courant de chaleur de Piola-Kirchoff [11].

Avec le choix des variables thermodynamiques pour lequel nous avons opté, le terme de production de chaleur Q_s est défini par [10] :

$$Q_s(\mathbf{X}^0, t) = \frac{1}{2} T \frac{\partial \overline{\mathbf{S}}}{\partial T} : \dot{\overline{\mathbf{C}}}_v - \left(T \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \dot{\overline{\mathbf{C}}}_v \partial T} - \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\overline{\mathbf{C}}}_v} \right) : \dot{\overline{\mathbf{C}}}_v \quad (8)$$

où $\overline{\mathbf{S}}$ est le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff [11]. Le premier terme de cette expression représente la dissipation d'énergie engendrée par la variation des contraintes en fonction de la température ; le second terme est lié à la variation d'énergie dissipée par frottement visqueux en fonction de la température ; le troisième terme correspond à la dissipation intrinsèque.

Enfin, le vecteur courant de chaleur $\mathbf{Q}(\mathbf{X}^0, t)$ est lié à la température par la loi de Fourier :

$$\mathbf{Q}(\mathbf{X}^0, t) = -\overline{\mathbf{K}}_L(\mathbf{X}^0, t) \cdot \text{grad}(T(\mathbf{X}^0, t)) \quad (9)$$

avec :

$$\overline{\mathbf{K}}_L(\mathbf{X}^0, t) = \overline{\mathbf{F}}_v^{-1}(\mathbf{X}^0, t) \cdot \overline{\mathbf{K}}(\mathbf{X}^0, t) \cdot \overline{\mathbf{F}}_v^{-T}(\mathbf{X}^0, t) \quad (10)$$

où $\overline{\mathbf{K}}_L(\mathbf{X}^0, t)$ et $\overline{\mathbf{K}}(\mathbf{X}^0, t)$ représentent les tenseurs des conductivités exprimés respectivement dans la configuration de référence et dans la configuration actuelle [10].

La résolution de l'équation (7) nécessite la connaissance du tenseur gradient $\overline{\mathbf{F}}(\mathbf{X}^0, t)$, ainsi que du terme source $Q_s(\mathbf{X}^0, t)$. Le premier peut être obtenu par un calcul mécanique en grandes déformations. Par contre, la détermination de la production de chaleur est beaucoup plus délicate, car elle nécessite la connaissance de l'évolution du potentiel des dissipations φ et du tenseur des contraintes $\overline{\mathbf{S}}$ en fonction de la température. Ceux-ci découlent du modèle décrivant le comportement viscoélastique du matériau. Cependant, ces modèles font intervenir un certain nombre de paramètres qu'il faut déterminer expérimentalement. On se heurte ici au problème fondamental de leur identification en fonction de la température. Dans le cas où $\overline{\mathbf{S}}$ et φ sont indépendants de la température et en l'absence de production de chaleur due à des effets extérieurs, le terme source se réduit à la dissipation intrinsèque.

Cette simplification revient à négliger les effets thermiques sur le comportement mécanique du matériau. Le terme source Q_s est alors réduit à une dissipation d'énergie due à des effets visqueux. Cette hypothèse peut être a priori réaliste dans le cas où les caractéristiques mécaniques varient peu en fonction de la température. En revanche, on constate une forte variation du comportement mécanique du matériau en fonction de la température. Pour résoudre ce problème, nous quantifierons l'évolution de ce terme source, identifié par une méthode inverse.

3. PRÉSENTATION DE LA MÉTHODE D'IDENTIFICATION

Des mesures de température sont effectuées à l'aide de deux thermocouples sur des éprouvettes soumises à des sollicitations dynamiques de cisaillement de grande amplitude, à différentes températures ambiantes. Les valeurs obtenues à l'aide d'un des thermocouples sont ensuite utilisées pour déterminer, à l'aide d'une méthode inverse, le terme de production en fonction de la température. La validation est effectuée en comparant aux températures mesurées les résultats obtenus en résolvant numériquement l'équation (7), en utilisant l'expression du terme de production Q_s , précédemment déterminée par méthode inverse.

3.1. Montage expérimental

Les éprouvettes d'essais sont des éprouvettes de double cisaillement, représentées sur la *figure 1a*. Les

armatures extérieures (en acier) sont encastrées et un déplacement sinusoïdal est appliqué sur l'armature centrale (également en acier). Dans cette étude, nous avons considéré des fréquences de sollicitation comprises entre 3 et 21 Hz, avec des amplitudes A_d allant jusqu'à 50 % de l'épaisseur d'élastomère ($A_d = 0,5 e$). L'éprouvette est placée dans une enceinte thermique, dans laquelle circule de l'air à une température fixée T_a . L'essai de cisaillement commence une fois l'équilibre thermique atteint, afin de mettre en évidence l'influence de la température initiale du matériau sur la dissipation visqueuse.

Deux thermocouples sont insérés dans l'élastomère. Ils sont positionnés parallèlement aux armatures et orthogonalement au sens de déplacement de celles-ci, de manière à ne pas leur faire subir de contraintes mécaniques qui pourraient perturber la mesure. La figure 1b montre, sur une demi-coupe transversale, les dimensions de l'éprouvette (en cm), ainsi que la position des thermocouples.

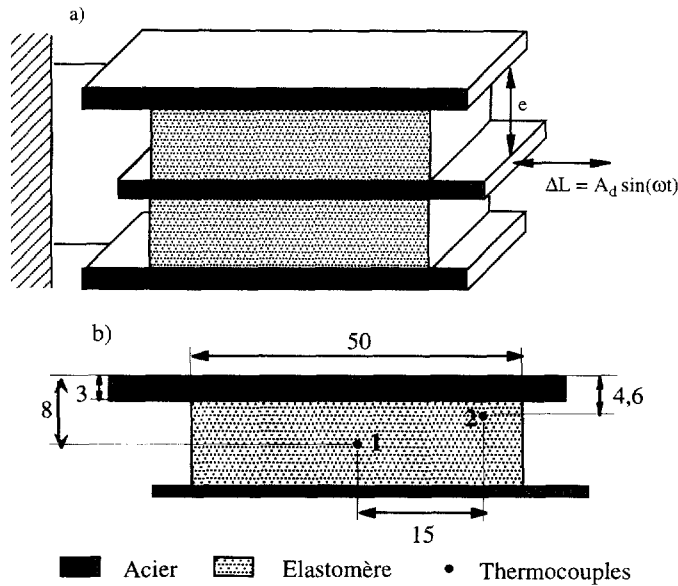


Figure 1. Éprouvette de double cisaillement : a) vue d'ensemble, b) demi-coupe transversale.

Figure 1. Test pieces: a) overview, b) half cross-section.

3.2. Principe d'identification par méthode inverse

Le principe de la méthode est le suivant. À la base, nous supposons que l'évolution du terme de production de chaleur Q_s en fonction de la température peut être décrite par une loi de type Arrhenius :

$$Q_s(\Delta T) = Q_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{a}{\Delta T^\alpha}\right) \right) \quad (11)$$

où $\Delta T = T - T_a$ est l'écart à la température initiale T_a de l'élastomère. Une telle expression permet en effet de vérifier que, lorsque le matériau chauffe, il tend (à l'infini) à se comporter comme un corps élastique pour lequel la dissipation doit être nulle. Le paramètre Q_0 représente la valeur du terme de production de chaleur en début d'essai. Il est déterminé en calculant la pente de la tangente à l'origine de la courbe représentant l'évolution des températures expérimentales en fonction du temps.

Les paramètres a et α sont déterminés par une méthode inverse basée sur la minimisation de l'écart quadratique entre la valeur de la température relevée par le thermocouple 1, situé au centre de l'élastomère, et la température au même point, obtenue à l'aide d'un calcul par éléments finis de l'essai [12]. La précision sur a et α est liée à la sensibilité du modèle à ces deux paramètres et au bruit de mesure. Une analyse de sensibilité [13] a montré qu'une variation de 1 % sur l'un ou l'autre de ces paramètres conduit à une variation de la température supérieure à 10 %. De plus, on constate que le modèle est environ dix fois plus sensible au paramètre α qu'au paramètre a . La précision est donc meilleure sur le premier. Il est néanmoins difficile de chiffrer la précision sur l'identification de a et α , en raison du bruit de mesure, cette dernière étant effectuée sur une structure vibrante.

3.3. Modélisation numérique de l'essai

La résolution de l'équation de la chaleur (7) est effectuée sur une demi-coupe transversale de l'éprouvette, par raison de symétrie. Le modèle par éléments finis développé pour cette résolution a été présenté en détails dans un article précédent [10]. Le maillage utilisé, présenté sur la figure 2, est constitué d'éléments quadrilatéraux isoparamétriques de type Lagrange pour l'intérieur du domaine et d'éléments linéiques pour sa frontière. Les éléments grisés représentent les armatures en acier et les éléments non grisés représentent l'élastomère. Sur l'axe de symétrie, on applique une condition de flux nul, et sur le reste de la frontière du maillage on impose une condition d'échange par convection. La prise en compte de ces conditions aux limites dans le

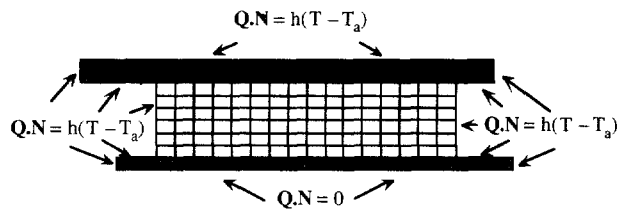


Figure 2. Maillage d'une demi-éprouvette et conditions aux limites.

Figure 2. Mesh for half cross-section and boundary conditions.

modèle numérique nécessite un traitement particulier. En effet, le calcul étant effectué sur la configuration de référence, les flux imposés doivent être transportés sur celle-ci grâce à la relation (2) de transformation des éléments de surface [10, 12].

4. RÉSULTATS

Les essais ont été effectués pour quatre élastomères différents. Les deux premiers (E1 et E2) sont des élastomères de silicone (diméthyl-vinyl-siloxane-phénylé vulcanisé par peroxydes). Les deux derniers (E3-46S et E3-58S) sont des élastomères à base de caoutchouc naturel, qui ne diffèrent que par leur teneur en noir de carbone, et donc par leur dureté. Les désignations 46S et 58S correspondent aux degrés de dureté sur l'échelle du duromètre Shore A : un degré international de dureté du caoutchouc correspond approximativement à la même variation relative du module d'Young (norme française T46-003).

4.1. Résultats pour l'élastomère E1

Pour cet élastomère, l'identification du terme de production de chaleur a été menée pour une amplitude de sollicitation correspondant à 50 % de déformation ($A_d = 0,5 e$) et pour une fréquence d'excitation de 4.5 Hz. De plus, trois valeurs de la température ambiante régnant dans l'enceinte thermique ont été considérées ($T_a = -60 \text{ °C}$, $T_a = -27 \text{ °C}$ et $T_a = 60 \text{ °C}$). Dans chaque cas, l'identification du terme de production de chaleur par la méthode inverse mentionnée au § 3.2 se traduit par l'obtention d'un jeu de valeurs pour les trois paramètres caractéristiques de l'expression (11). Ces valeurs sont rassemblées dans le *tableau 1*. La température, prédite par le modèle numérique en utilisant les expressions correspondantes du terme source, est illustrée sur la *figure 3*. Elle représente l'évolution de la température au cours du temps pour les trois valeurs de température ambiante, comparée aux profils expérimentaux. Notons que seules les valeurs fournies

TABLEAU 1 / TABLE I			
Valeurs des paramètres Q_0 , a et α de l'expression (11) obtenus pour l'élastomère E1			
Values of parameters Q_0 , a and α of expression (11) for elastomer E1			
Caractéristiques de sollicitation	$T_a = -60 \text{ °C}$ $A_d = 0,5$	$T_a = 27 \text{ °C}$ $A_d = 0,5$	$T_a = 60 \text{ °C}$ $A_d = 0,5$
Q_0 (MW·m ⁻³)	1.86	0.7	0.53
a	147 500	15 670	28
α	3.2	3.07	1.2

par le thermocouple 1 interviennent dans le processus d'identification par méthode inverse. L'influence de la température ambiante sur la production de chaleur est caractérisée sur la *figure 4*, à partir de la comparaison des résultats obtenus pour les trois valeurs de température ambiante.

4.2. Résultats pour l'élastomère E2

Pour cet élastomère, l'identification du terme de production de chaleur a été menée pour trois amplitudes de sollicitation, correspondant respectivement à 5 % de déformation ($A_d = 0,05 e$), 20 % de déformation ($A_d = 0,2 e$) et 50 % de déformation ($A_d = 0,5 e$), pour

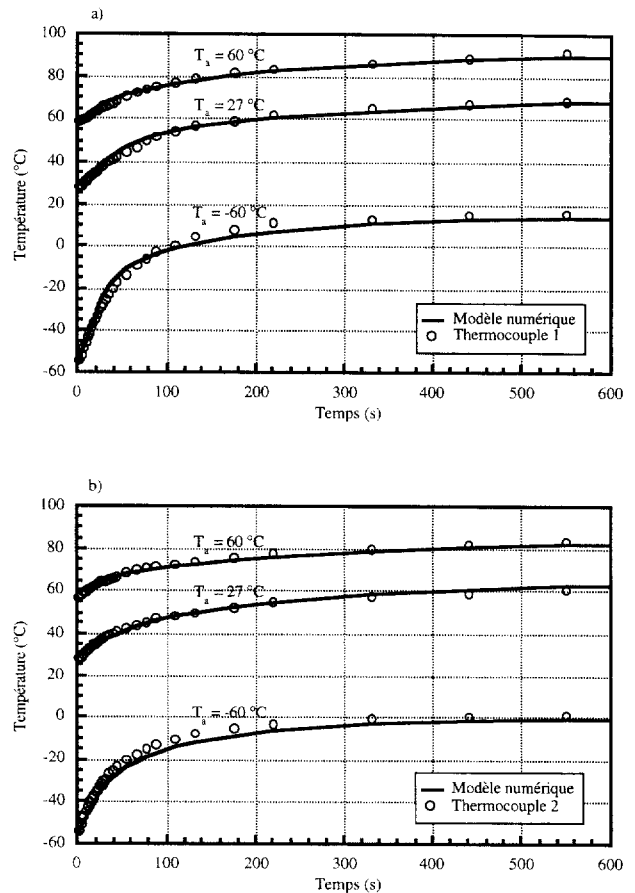


Figure 3. Comparaison numérique/expérimentale des profils d'évolution de température au cours du temps pour l'élastomère E1, pour les trois valeurs de température ambiante : a) au niveau du thermocouple 1, b) au niveau du thermocouple 2.

Figure 3. Numerical/experimental confrontation of temperature profile versus time for elastomer E1, for the three values of ambient temperature: a) at thermocouple 1 location, b) at thermocouple 2 location.

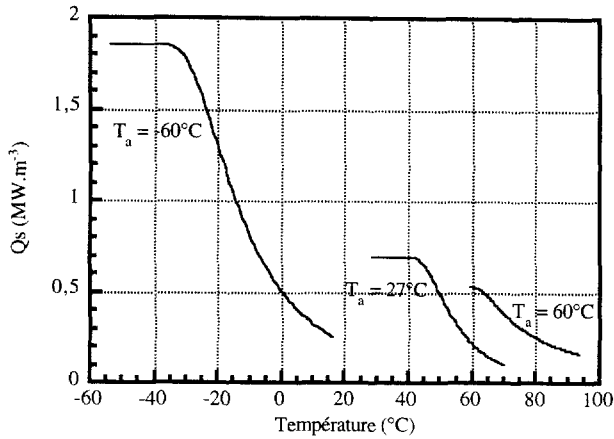


Figure 4. Évolution du terme de production de chaleur en fonction de la température pour l'élastomère E1, pour les trois valeurs de température ambiante.

Figure 4. Heat production profiles versus temperature for elastomer E1, for the three values of ambient temperature.

une fréquence d'excitation de 3 Hz. Deux valeurs de la température ambiante ont été considérées ($T_a = -55\text{ }^\circ\text{C}$ et $T_a = 26\text{ }^\circ\text{C}$). Les valeurs correspondantes des trois paramètres caractéristiques de l'expression (11) sont données dans le *tableau II*. Les profils d'évolution de la température au cours du temps, obtenus numériquement au centre de l'élastomère avec les expressions de Q_s correspondantes, comparés aux profils expérimentaux, sont représentés sur la *figure 5*. L'évolution du terme de production de chaleur en fonction de la température qui en découle est illustrée sur la *figure 6*.

4.3. Résultats pour les élastomères E3-46S et E3-58S

Pour chacun de ces deux élastomères, l'identification du terme de production de chaleur a été menée pour trois amplitudes de sollicitation, correspondant respectivement à 5 % ($A_d = 0,05 e$), 10 % ($A_d = 0,1 e$) et 30 %

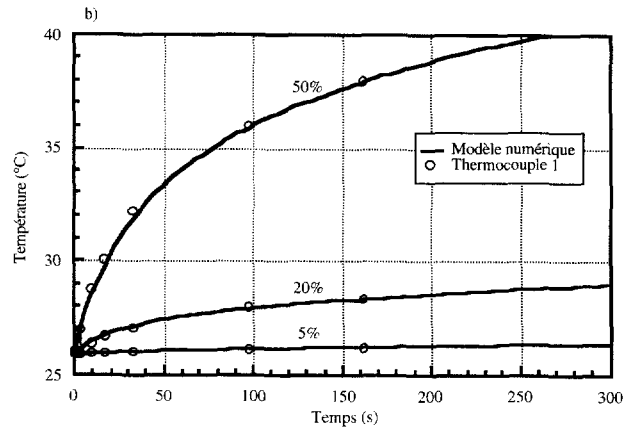
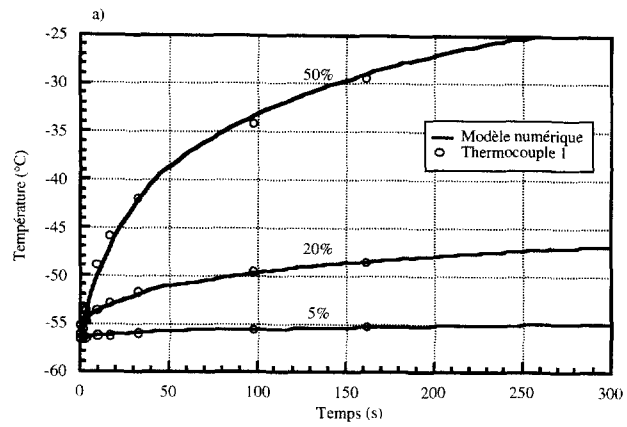


Figure 5. Comparaison numérique/expérimentale des profils d'évolution de température au cours du temps au niveau du thermocouple 1 pour l'élastomère E2, dans les cas de sollicitation à 5, 20 et 50 % de déformation : a) $T_a = -55\text{ }^\circ\text{C}$, b) $T_a = 26\text{ }^\circ\text{C}$.

Figure 5. Numerical/experimental confrontation of temperature profile versus time at thermocouple 1 location for elastomer E2, for 5, 20 and 50 % of deformation: a) $T_a = -55\text{ }^\circ\text{C}$, b) $T_a = 26\text{ }^\circ\text{C}$.

TABLEAU II / TABLE II						
Valeurs des paramètres Q_0 , a et α de l'expression (11) obtenus pour l'élastomère E2						
Values of parameters Q_0 , a and α of expression (11) for elastomer E2						
Caractéristiques de sollicitation	$T_a = -55\text{ }^\circ\text{C}$ $A_d = 0,05 e$	$T_a = -55\text{ }^\circ\text{C}$ $A_d = 0,2 e$	$T_a = -55\text{ }^\circ\text{C}$ $A_d = 0,5 e$	$T_a = 26\text{ }^\circ\text{C}$ $A_d = 0,05 e$	$T_a = 26\text{ }^\circ\text{C}$ $A_d = 0,2 e$	$T_a = 26\text{ }^\circ\text{C}$ $A_d = 0,5 e$
Q_0 ($\text{MW}\cdot\text{m}^{-3}$)	0.06	0.288	1.4	0.015	0.13	0.55
a	1.1701	29.226	522.639	0.6853	2.909	598.85
α	1.4821	1.5595	1.9294	0.5342	1.6542	2.691

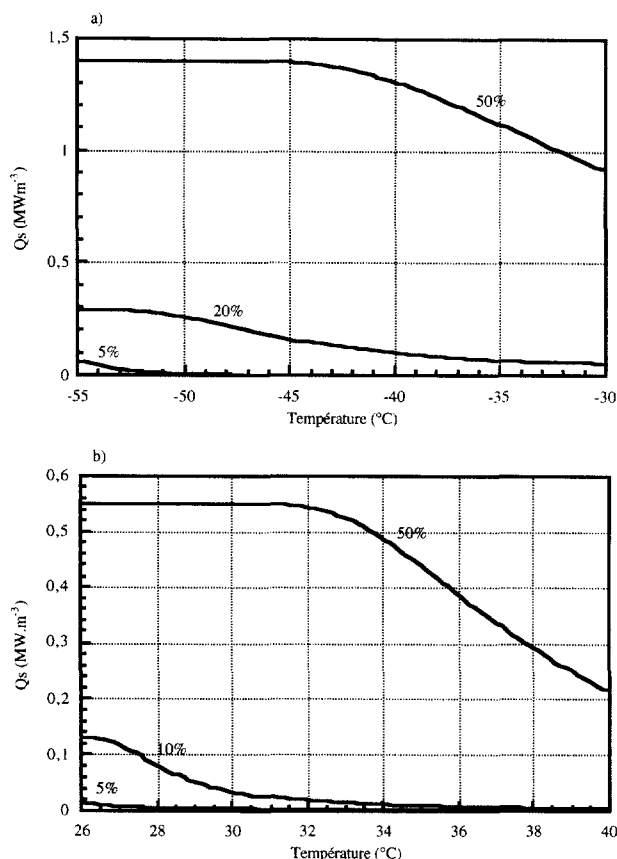


Figure 6. Évolution du terme de production de chaleur en fonction de la température pour l'élastomère E2, dans les cas de sollicitation à 5, 20 et 50 % de déformation : a) $T_a = -55$ °C, b) $T_a = 26$ °C.

Figure 6. Heat production profiles versus temperature for elastomer E2, for 5, 20 and 50 % of deformation: a) $T_a = -55$ °C, b) $T_a = 26$ °C.

de déformation ($A_d = 0,3e$), pour des valeurs de la fréquence d'excitation de 6 et 21 Hz (uniquement pour 5 et 10 % de déformation). Une seule valeur de la température ambiante a été considérée ($T_a = -45$ °C). Les valeurs correspondantes des trois paramètres caractéristiques de l'expression (11) sont données dans les

tableaux III et IV. La concordance entre les valeurs de température obtenues par le modèle avec celles mesurées est illustrée sur la figure 7. Elle représente l'évolution de la température au cours du temps au centre de l'élastomère. L'influence sur la production de chaleur de la teneur en noir de carbone de ces élastomères est illustrée sur la figure 8, dans le cas d'une excitation à 10 % de déformation. L'influence sur la production de chaleur de l'amplitude de déformation est illustrée sur la figure 9 pour les deux fréquences d'excitation. L'influence sur la production de chaleur de la fréquence d'excitation est mise en évidence sur la figure 10 pour les sollicitations à 5 et 10 % de déformation.

5. DISCUSSION

Pour l'ensemble des cas considérés, on constate (figures 3, 5 et 7), une bonne concordance des résultats numériques et expérimentaux. On peut donc penser que, dans ces conditions données de cisaillement ($3 \text{ Hz} \leq f \leq 4,5 \text{ Hz}$, $0,05e \leq A_d \leq 0,5e$), l'évolution du terme source en fonction de la température est assez bien représentée par une relation du type (11). Nous avons ainsi obtenu des profils d'évolution du terme de production Q_s en fonction de la température assez typiques (figures 4, 6 et 9), qui peuvent fournir une idée des mécanismes de dissipation qui se mettent en place. Nous caractériserons cette évolution par un comportement dissipatif de l'élastomère en deux modes. En début d'essai, la quantité d'énergie dissipée demeure constante sur un certain nombre de cycles, conduisant à une augmentation régulière de la température (premier mode). Elle diminue ensuite de façon exponentielle en fonction de la température : la courbe d'évolution de la température au cours du temps s'infléchit (second mode), ce qui est concordant avec le fait que le matériau s'assouplit lorsque sa température augmente. Une interprétation que l'on peut avancer est que cette bifurcation dans le comportement dissipatif du matériau traduit une réorganisation à l'échelle moléculaire (désenchevêtrement des chaînes moléculaires), qui se produirait en début d'essai et consommerait une partie de l'énergie disponible.

TABLEAU III / TABLE III					
Valeurs des paramètres Q_0 , a et α de l'expression (11) obtenus pour l'élastomère E3-46S					
Values of parameters Q_0 , a and α of expression (11) for elastomer E3-46S					
Caractéristiques de sollicitation	$f = 6 \text{ Hz}$ $A_d = 0,05e$	$f = 6 \text{ Hz}$ $A_d = 0,1e$	$f = 6 \text{ Hz}$ $A_d = 0,3e$	$f = 21 \text{ Hz}$ $A_d = 0,05e$	$f = 21 \text{ Hz}$ $A_d = 0,1e$
Q_0 ($\text{MW}\cdot\text{m}^{-3}$)	1.8	2.1672	9	3.44	9
a	640	$7.93 \cdot 10^5$	$3.06 \cdot 10^7$	$1.81 \cdot 10^5$	$1.1032 \cdot 10^7$
α	5,1510	6,7253	6,6764	5,4656	6,3181

TABLEAU IV / TABLE IV					
Valeurs des paramètres Q_0 , a et α de l'expression (11) obtenus pour l'élastomère E3-58S.					
Values of parameters Q_0 , a and α of expression (11) for elastomer E3-58S.					
Caractéristiques de sollicitation	$f = 6 \text{ Hz}$ $A_d = 0,05 e$	$f = 6 \text{ Hz}$ $A_d = 0,1 e$	$f = 6 \text{ Hz}$ $A_d = 0,3 e$	$f = 21 \text{ Hz}$ $A_d = 0,05 e$	$f = 21 \text{ Hz}$ $A_d = 0,1 e$
Q_0 (MW.m ⁻³)	1,8	4,5	10	8,5	13,9
a	$8,5217 \cdot 10^6$	$1,8981 \cdot 10^{10}$	$1,4153 \cdot 10^{19}$	$9,3062 \cdot 10^7$	$5,5838 \cdot 10^{14}$
α	8,7020	10,0616	14,3601	7,2382	11,3308

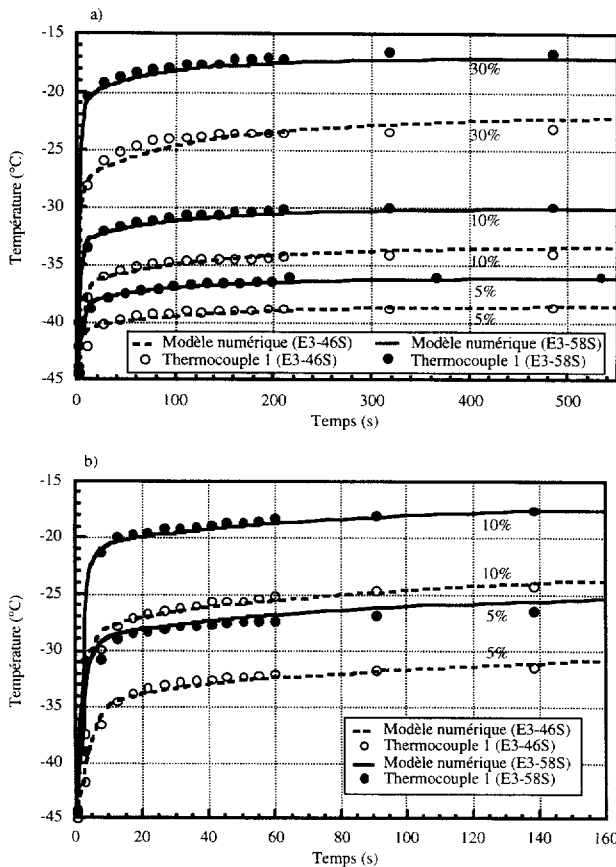


Figure 7. Comparaison numérique/expérimentale des profils d'évolution de température au cours du temps au niveau du thermocouple 1 pour les élastomères E3-46S et E3-58S : a) fréquence d'excitation de 6 Hz (5, 10 et 30 % de déformation), b) fréquence d'excitation de 21 Hz (5 et 10 % de déformation).

Figure 7. Numerical/experimental confrontation of temperature profile versus time at thermocouple 1 location for elastomer E3-46S and E3-58S: a) excitation frequency of 6 Hz (5, 10 and 30 % of deformation), b) excitation frequency of 21 Hz (5 and 10 % of deformation).

L'étude que nous avons effectuée, en considérant différentes conditions de sollicitation, permet d'affiner cette caractérisation du comportement dissipatif des élastomères, en mettant en évidence l'influence de

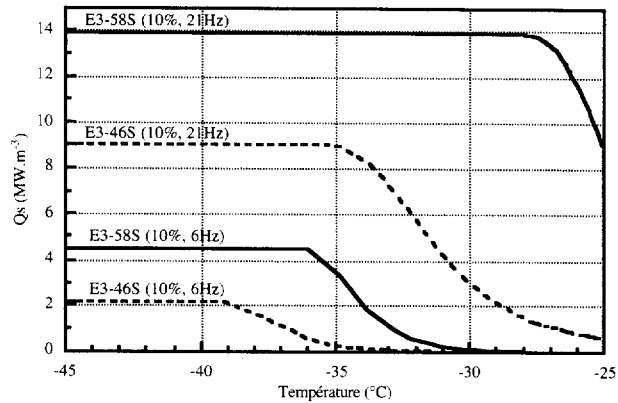


Figure 8. Évolution du terme de production de chaleur en fonction de la température pour les élastomères E3-46S et E3-58S, dans le cas d'une sollicitation à 10 % de déformation et pour les deux fréquences d'excitation.

Figure 8. Heat production profiles versus temperature for elastomer E3-46S and E3-58S, for 10 % of deformation and for the two frequencies of excitation.

certain paramètres. Nous pouvons ainsi constater, à partir des figures 6, 8, 9 et 10, que la dureté du matériau, l'amplitude de déformation et la fréquence d'excitation agissent dans le même sens. Une augmentation de l'un quelconque de ces trois paramètres conduit à une élévation du niveau initial Q_0 de Q_s , ainsi qu'à un accroissement de la plage de température correspondant au mode 1. L'action de la valeur de la température initiale du matériau est inverse, ce qui se comprend aisément, puisque le matériau est d'autant plus souple que sa température est élevée. On retrouve donc ici l'influence du paramètre dureté du matériau.

6. CONCLUSION

Partant d'un constat d'échec quant à la capacité des lois de comportement viscoélastiques existantes à décrire le comportement dissipatif des élastomères en grandes déformations, nous avons élaboré une méthode d'identification du terme de production interne de chaleur par action mécanique Q_s . Cette méthode a été

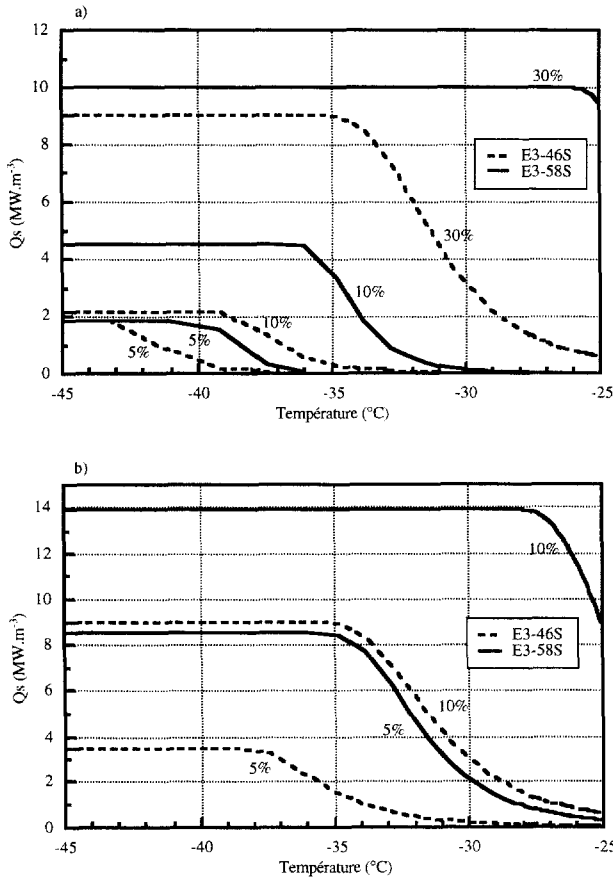


Figure 9. Évolution du terme de production de chaleur en fonction de la température pour les élastomères E3-46S et E3-58S : a) fréquence d'excitation de 6 Hz (5, 10 and 30 % de déformation), b) fréquence d'excitation de 21 Hz (5 et 10 % de déformation).

Figure 9. Heat production profiles versus temperature for elastomer E3-46S and E3-58S: a) excitation frequency of 6 Hz (5, 10 and 30 % of deformation), b) excitation frequency of 21 Hz (5 and 10 % of deformation).

mise en œuvre et validée pour quatre types d'élastomères. Elle nous a permis de montrer que l'évolution du terme Q_s en fonction de la température peut être représentée par une loi de type Arrhenius, avec l'existence de deux modes de comportement dissipatif différents. Elle nous a également permis de mettre en évidence l'influence sur ce terme des conditions de sollicitation (fréquence, amplitude de déformation, température initiale) et de la dureté de l'élastomère. Malheureusement, cette identification ne nous apporte que des informations macroscopiques sur un phénomène dont l'origine doit être recherchée au niveau moléculaire des élastomères. Elle peut néanmoins fournir un point de départ pour la recherche d'une meilleure compréhension du comportement de ce type de matériaux.

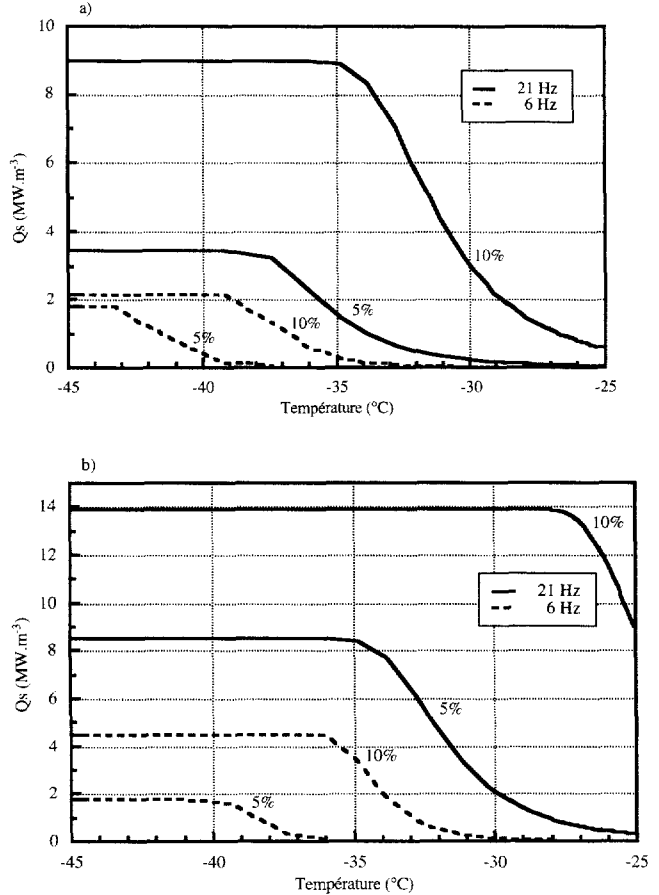


Figure 10. Évolution du terme de production de chaleur en fonction de la température : a) élastomère E3-46S, b) élastomère E3-58S.

Figure 10. Heat production profiles versus temperature: a) elastomer E3-46S, b) elastomer E3-58S.

RÉFÉRENCES

- [1] Rivlin R.S., Large elastic deformation of isotropic materials. Part I. Fundamental concepts, *Phil. Trans. Roy. Soc. A* 240 (1948) 459–490.
- [2] Ogden R.W., Large deformation isotropic elasticity on the correlation of theory and experiment for incompressible rubber like solids, *P. Roy. Soc. Lond. A Mat.* 328 (1972) 567–583.
- [3] Ciarlet P.G., *Mathematical elasticity*, North-Holland, Amsterdam, 1988.
- [4] Oden J.T., Armstrong W.H., Analysis of nonlinear dynamic coupled thermoviscoelasticity problems by the finite element method, *Comput. Struct.* 1 (1971) 603–621.
- [5] Lewis R.W., Srinatha H.R., A finite element formulation of uncoupled thermoviscoelastic responses of plane problems for all admissible values of Poisson's ratio, *Int. J. Num. Meth. Eng.* 18 (1982) 765–774.

[6] Sidoroff F., Variables internes en viscoélasticité. II. Milieux avec configurations intermédiaires, *Journal de Mécanique* 14 (1975) 571–595.

[7] Lubliner J., A model of rubber viscoelasticity. *Mech. Res. Commun.* 12 (1985) 93–99.

[8] Le Tallec P., Rahier C., Kaiss A., Three-dimensional incompressible viscoelasticity in large strains: formulation and numerical approximation, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 109 (1993) 233–258.

[9] Lemaître J., Chaboche J.-L., *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, 1988.

[10] Berardi G., Jaeger M., Martin R. et Carpentier C., Modelling of a thermo-viscoelastic coupling for large deformations through finite element analysis, *Int. J. Heat Mass Tran.* 39 (18) (1996) 3911–3924.

[11] Germain P., *Mécanique*, Ellipses, Paris, 1986.

[12] Berardi G., Jaeger M., Martin R., Finite element modeling of heat transfer in viscoelastic materials for large deformations, *Numer. Heat Tr. A–Appl.* 32 (1997) 37–49.

[13] Beck J.V., Arnold K.J., *Parameter estimation in engineering and sciences*, John Wiley and Sons, New York, 1977.

Abridged English Version

Heat production term determination for elastomer media submitted to a shear force

Elastomers are viscoelastic media used, in the aeronautic field for example, for the conception of pieces able to support large deformations with damping properties. However, their mechanical properties are temperature dependent, a decrease in temperature resulting in a hardening of the medium. On the other hand, heat is produced through viscous friction when such a medium is solicited. This thermo-mechanical coupling has to be understood. In some cases, it becomes crucial, for safety reasons, since the rupture of the elastomer can occur under low temperature conditions, if the heat production in the bulk of the medium is not sufficient. None of the existing viscoelastic models take into account this aspect. As a result, they are unable to satisfactorily predict the medium's temperature evolution under large deformations. Starting from this statement, we have developed a method for the determination of the internal heat source term Q_s of elastomer test pieces submitted to a cyclic shear solicitation of high magnitude (*figure 1*). During the test, the temperature is measured in the bulk of the elastomer with two thermocouples. The values given by one of them are used in an inverse method in order to determine the heat production term.

The principle of the method is very simple. First we suppose that the source term Q_s can be represented by an Arrhenius law (equation (11)) defined by three parameters. The first one Q_0 is the initial value of Q_s and can be deduced from the time evolution profile of the measured temperature. The two other parameters, a and α , are obtained from an iterative process. This process is based on the minimization of the mean square error between the measured temperature with one of the thermocouples and the computed one at the same location with a finite element model.

This method has been applied to four different elastomers, two made of silicone (E1 and E2) and two made of rubber with different hardness values

(E3-46S and E3-58S). For all cases, we compare the time evolution profile of the computed temperature to that of the measured one (*figures 3, 5 and 7*). Accordance is very satisfactory.

The evolution profiles of the source term Q_s in function of the temperature (*figures 4, 6 and 9*) show two different dissipation behaviors. During the first stage of the test the magnitude of the source term stays constant. The temperature of the elastomer increases uniformly. Then Q_s decreases exponentially, due to the medium relaxing. An inflection of the temperature evolution profile can be observed.

By varying the test conditions, namely the initial temperature ($-60^\circ\text{C} \leq T_a \leq 60^\circ\text{C}$), the amplitude of deformation ($0.05e \leq A_a \leq 0.5e$) and the frequency of solicitation ($3\text{ Hz} \leq f \leq 21\text{ Hz}$), the influence of these parameters has been investigated. One observes that the amplitude of deformation and the frequency act in the same way as a medium hardening (*figures 6 and 8–10*). An increase in one of these three parameters results in an increase of the initial value Q_0 of Q_s and a larger temperature interval over which the first mode of dissipation takes place. The value of the initial temperature acts in the opposite way, since an increase of it is associated with the medium relaxing.

This study shows that the transfer of mechanical energy to heat for elastomer media under large deformations is not as simple as first thought. The shape of the evolution profile of the heat source term Q_s as a function of the temperature cannot be fully explained by the medium relaxing. Something happens during the first stage of the shear test, resulting in a heat production that remains constant. Unfortunately, the heat source term does not give us any understanding of this fact, since it is only a macroscopic issue of a phenomena that takes place at a molecular level. Thus more fundamental studies are needed in this field.

